Једно слово – једна промењива

Бранко Кокановић

26. јул 2023.

Садржај

1 Увод

На блогу који пратим се појавио чланак[1] који се бавио релативно различитом темом, али сам на њему нашао линк ка Reddit питању[2] које ме је заинтригирало. Наиме, идеја поста је била да се свако слово третира као променљива и да се запис бројева своди на множење ових променљивих, па би се тако добиле следеће једначине на енглеском:

$$o \cdot n \cdot e = 1$$
$$t \cdot w \cdot o = 2$$
$$t \cdot h \cdot r \cdot e \cdot e = 3$$
$$\cdots$$

На том Reddit посту су се одмах нашли одговори и за остале језике и наравно, прво што ми је пало на памет је да урадим анализу за српски. Питање је дакле, коју вредност имају овако дефинисане променљиве и до ког броја можемо да формирамо ове једначине.

2 Поставка задатка

Свако слово абецеде $(a, \check{c}, \check{s}, c, \dots)$[1] третирамо као непознату променљиву из скупа реалних бројева. Формирамо једначине тако да је писање бројева словима на српском језију заправо формирање једначине где се слова множе, почевши од један:

$$
\begin{gathered}
j \cdot e \cdot d \cdot a \cdot n = 1 \\
d \cdot v \cdot a = 2 \\
t \cdot r \cdot i = 3 \\
\cdots
\end{gathered}
$$

што можемо краће да запишемо и као:

$$
\begin{gathered}
jedan = 1 \\
dva = 2 \\
tri = 3 \\
\check{c}etiri = 4 \\
\cdots
\end{gathered}
$$

До ког броја можемо да формирамо овакве једначине и које су вредности слова (ако не рачунамо тривијална решења једначина где су већина слова нула)?

[1]или азбуке, свеједно је, али лакше је држати се латинице код математичких формула

3 Број једначина

Пре него што израчунамо вредности сваког слова, прво морамо да докажемо до ког слова можемо да формирамо једначине на овај начин.

3.1 Налажење горње границе

Број једначина не може бити већи од броја употребљених слова, па нам је то горња граница. Ако формирамо табелу са једначинама бројећи употребљена слова добијамо:

Број употребљених променљивих	Број једначина	Једначина
5 ($jedan$)	1	$$jedan = 1 \quad (1)$$
6 ($jedan + v$)[2]	2	$$dva = 2 \quad (2)$$
9 ($jedanv + tri$)	3	$$tri = 3 \quad (3)$$
11 ($jedanvtri + če$)	4	$$četiri = 4 \quad (4)$$
12 ($jedanvtriče + p$)	5	$$pet = 5 \quad (5)$$

[2]Пошто су „d" і „a" већ виђени у формули 1

Број употребљених променљивих	Број једначина	Једначина	
12 ($jedanvtričep + šs$)	6	$šest = 6$	(6)
13 ($jedanvtričepšs + m$)	7	$sedam = 7$	(7)
14 ($jedanvtričepšsm + o$)	8	$osam = 8$	(8)
15 ($jedanvtričepšsmo + v$)	9	$devet = 9$	(9)
15 ($jedanvtričepšsmov + \emptyset$)	10	$deset = 10$	(10)
15 ($jedanvtričepšsmov + \emptyset$)	11	$jedanaest = 11$	(11)
15 ($jedanvtričepšsmov + \emptyset$)	12	$dvanaest = 12$	(12)
15 ($jedanvtričepšsmov + \emptyset$)	13	$trinaest = 13$	(13)

Број употребљених променљивих	Број једначина	Једначина
15 $(jedanvtričepšsmov + \emptyset)$	14	$$četrnaest = 14 \tag{14}$$
15 $(jedanvtričepšsmov + \emptyset)$	15	$$petnaest = 15 \tag{15}$$
15 $(jedanvtričepšsmov + \emptyset)$	16	$$šesnaest = 16 \tag{16}$$

Види се да код једначине 16 постоји више променљивих него једначина и да за овај број већ нема решења. Дакле, максимални број једначина је 15, тј. до једначине 15, али и то је само горња граница. Морамо да видимо да нема везаних променљивих пре тога.

3.2 Елиминисање везаних променљивих

Овај део је мало и уметност наћи, али треба приметити бројеве који се завршавају на „*aest*". Делује да ту има везаних променљивих, али треба ићи редом. Из једначина 1 и 11, закључујемо да:

$$\begin{aligned} (jedan)aest &= 11 \\ aest &= 11 \end{aligned} \tag{17}$$

Из једначина 2, 12 и 17, можемо да извучемо вредност n:

$$\begin{aligned} (dva)n(aest) &= 12 \\ 2 \cdot n \cdot 11 &= 12 \\ n &= \frac{6}{11} \end{aligned} \tag{18}$$

Сад када покушамо да убацимо резултате из 3, 17 и 19, видимо да се то не уклапа са 13:

$$\begin{aligned} (tri)n(aest) &\stackrel{?}{=} 13 \\ 3 \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{11} &\stackrel{?}{=} 13 \\ \frac{18}{121} &\neq 13 \end{aligned} \tag{19}$$

Овим смањујемо горњу границу за највећи број који може да се представи овим задатком у српском језику на број дванаест (12). Ово није доказ да је ово и највећи, али пробаћемо да решимо једначине сад и да видимо да ли имамо још скривених везаних променљивих. Ако успемо да решимо систем ових 12 једначина, то је уједно и доказ да нема више везаних променљивих.

4 Вредности слова

Постоји више варијанти да се реши овај задатак. Једна је свакако коришћење математичких софтвера, а други је узимање логаритама свих једначина са обе стране и пребацивање проблема из домена множења у домен сабирања. Овде ћемо користити „пешачки” начин.

Да поновимо 12 једначина од којих ћемо кренути:

$jedan = 1 \quad (1)$	$dva = 2 \quad (2)$	$tri = 3 \quad (3)$	$četiri = 4 \quad (4)$
$pet = 5 \quad (5)$	$šest = 6 \quad (6)$	$sedam = 7 \quad (7)$	$osam = 8 \quad (8)$
$devet = 9 \quad (9)$	$deset = 10 \quad (10)$	$jedanaest = 11 \quad (11)$	$dvanaest = 12 \quad (12)$

Као што смо већ рекли у поглављу 3.2, можемо да једначине 11 и 12 заменимо једноставнијим верзијама – једначинама 17 и 19. Тиме добијамо следећи скуп једначина:

$jedan = 1 \quad (1)$	$dva = 2 \quad (2)$	$tri = 3 \quad (3)$	$četiri = 4 \quad (4)$
$pet = 5 \quad (5)$	$šest = 6 \quad (6)$	$sedam = 7 \quad (7)$	$osam = 8 \quad (8)$
$devet = 9 \quad (9)$	$deset = 10 \quad (10)$	$aest = 11 \quad (17)$	$n = \frac{6}{11} \quad (19)$

Следеће што ћемо урадити је ослободити се оних промењљивих које се појављују само једном, а то су „$\check{s}$”, „$\check{c}$”, „o”, „m”, „j” и „p”.

Да бисмо се ослободили „$\check{s}$”, поделимо једначине 6 и 17:

$$\frac{\check{s}est}{aest} = \frac{6}{11} \Rightarrow \check{s} = \frac{6a}{11} \tag{20}$$

Можемо да извучемо и „$\check{c}$” ако поделимо једначине 3 и 4:

$$\frac{\check{c}etiri}{tri} = \frac{4}{3} \Rightarrow \check{c}ei = \frac{4}{3} \Rightarrow \check{c} = \frac{4}{3ei} \tag{21}$$

Да се ослободимо „o”, поделимо једначине 8 и 7 да изразимо „o” преко „e” и „d”:

$$\frac{osam}{sedam} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{o}{ed} = \frac{8}{7} \Rightarrow o = \frac{8ed}{7} \tag{22}$$

За „m”, поделимо једначине 7 и 1:

$$\frac{sedam}{jedan} = \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{sm}{jn} = 7 \Rightarrow m = \frac{7jn}{s} \tag{23}$$

Да се ослободимо „j”, нема неке добре једначине-кандидата, али можемо нпр. да поделимо једначине 1 и 2:

$$\frac{jedan}{dva} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{jen}{v} = \frac{1}{2} \Rightarrow j = \frac{v}{2en} \tag{24}$$

За „p”, најбољи кандидат је једначина 17, па ћемо поделити 5 и 17:

$$\frac{pet}{aest} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{p}{as} = \frac{5}{11} \Rightarrow p = \frac{5as}{11} \tag{25}$$

Нови скуп једначина (мало преуређен да просте једначине гурнемо на крај) је сад:

$dva = 2$ (2)	$tri = 3$ (3)	$devet = 9$ (9)	$deset = 10$ (10)
$aest = 11$ (17)	$n = \frac{6}{11}$ (19)	$\check{s} = \frac{6a}{11}$ (20)	$\check{c} = \frac{4}{3ei}$ (21)
$o = \frac{8ed}{7}$ (22)	$m = \frac{7jn}{s}$ (23)	$j = \frac{v}{2en}$ (24)	$p = \frac{5as}{11}$ (25)

Остало нам је 5 нетривијалних једначина и 8 променљивих (d, v, a, t, r, i, e и s). Сад ћемо пробати да урадимо пар логичких субституција, за оне променљиве које се ређе појављују, нпр. можемо да се ослободимо „v”. Ако поделимо једначине 9 и 10, можемо да изразимо „v” преко „s” као:

$$\frac{devet}{deset} = \frac{9}{10} \;\Rightarrow\; v = \frac{9s}{10} \tag{26}$$

а „dva” постаје:

$$d(v)a = 2 \;\Rightarrow\; d\frac{9s}{10}a = 2 \;\Rightarrow\; dsa = \frac{20}{9} \tag{27}$$

Такође, када смо се раније отарасили променљиве „$\check{c}$” у 21, видимо да нам је у једначини 3 остала променљива „r” која се тривијално мења са:

$$r = \frac{3}{ti} \tag{28}$$

Међутим, ово када смо урадили, тотално смо раскачили променљиву „i”, тј. она је сад независна, а не смемо да заборавимо да су променљиве „$\check{c}$” и „r” сад зависне од ње, тј.

$$\check{c} = f(i)$$
$$r = f(i)$$

Нови скуп једначина су сад само 3 једначине и 5 променљивих (d, e, s, t и a):

$$deset = 10 \tag{10}$$
$$aest = 11 \tag{17}$$
$$dsa = \frac{20}{9} \tag{27}$$

Сад можемо да узмемо 2 било које променљиве и да изразимо преостале 3 преко њих. Ако поделимо једначине 10 и 17, можемо да изразимо „e” преко „a” и „d”:

$$\frac{deset}{aest} = \frac{10}{11} \;\Rightarrow\; 11de = 10a \;\Rightarrow\; e = \frac{10a}{11d} \tag{29}$$

Кад смо се одлучили да је $e = f(a, d)$, можемо исто да урадимо и са „s”, тј. да је изразимо преко „a” и „d”, директно из једначине 27:

$$s = \frac{20}{9ad} \tag{30}$$

Да на крају изразимо и „t” преко „a” и „d”, користимо једначину 17 и мењамо у њој „e” из једначине 29 и „s” из једначине 30:

$$a(e)(s)t = 11 \;\Rightarrow\; a\frac{10a}{11e}\frac{20}{9ad}t = 11 \;\Rightarrow\; t = \frac{1089d^2}{200a} \tag{31}$$

Коначни скуп једначина гласи:

$n = \frac{6}{11}$ (19)	$\check{s} = \frac{6a}{11}$ (20)	$e = \frac{10a}{11d}$ (29)	$s = \frac{20}{9ad}$ (30)
$t = \frac{1089d^2}{200a}$ (31)	$\check{c} = \frac{4}{3ei}$ (21)	$v = \frac{9s}{10}$ (26)	$p = \frac{5as}{11}$ (25)
$r = \frac{3}{ti}$ (28)	$j = \frac{v}{2en}$ (24)	$m = \frac{7jn}{s}$ (23)	$o = \frac{8ed}{7}$ (22)

Приметити да у овом систему 12 једначина нема променљивих „i”, „a” и „d” које су независне од остатка система.

4.1 Алтернативни начини решавања

Поред представљеног пешачког начина, могуће је решити све ово лакше, преко Wolfram Alfa платформе. На овом[3] линку можете директно видети решење. Приметити да променљива „i” мора да се нагласи да се не мисли на имагинарну јединицу, а да променљива „e” мора да се замени неким другим словом („f” у примеру). Кликом на „Exact form” се добија и решење преко разломака што је решење које је и овде добијено у поглављу 4.

4.2 Примери решења

Као што смо рекли, неке променљиве су зависне од других, па „i”, „a” и „d” можемо да поставимо на произвољне вредности, а најлакше је да им свима доделимо број 1. Остале вредности онда лако произилазе, када их све редом израчунамо и скратимо разломке:

$$
\begin{aligned}
i &= 1 \\
a &= 1 \\
d &= 1 \\
n &= \frac{6}{11} \\
\check{s} &= \frac{6}{11} \\
e &= \frac{10}{11} \\
s &= \frac{20}{9} \\
t &= \frac{1089}{200} \\
\check{c} &= \frac{22}{15} \\
v &= 2 \\
p &= \frac{100}{99} \\
r &= \frac{200}{363} \\
j &= \frac{121}{60} \\
m &= \frac{693}{200} \\
o &= \frac{80}{77}
\end{aligned}
$$

Решења нису нешто елегантна, али је овај задатак бар решен и за српски језик.

Литература

[1] God plays dice. Translate “ELEVEN PLUS TWO = TWELVE PLUS ONE” into Spanish, 2023.

[2] u/Lucpel18. I assigned each letter to a variable..., 2023.

[3] WolframAlpha. https://www.wolframalpha.com/input?i=j*f..., 2023.